Numerische Mathematik 1

7. Die Funktion $y = f(x) = \cos(2\pi x) + 4\sin(2\pi x)$ besitzt auf dem Intervall $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ eine eindeutig bestimmte Umkehrfunktion $x = g(y)$ (Warum?). Man bestimme das Interpolationspolynom $g_2(y)$ von g unter Verwendung der Stützstellen $y_i = f(x_i)$ mit $x_0 = \frac{1}{4}$, $x_1 = \frac{1}{3}$ und $x_2 = \frac{1}{2}$.

8. Gegeben ist die zu interpolierende Funktion $f(x) = 2 + x - x^3$.

a. Man bestimme das Interpolationspolynom $f_4 \in \Pi_4$, welche die Funktion f in den Stützstellen $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ und $x_4 = 4$ interpoliert. Weiters bestimme man den maximalen punktweisen Fehler im Intervall $[0, 4]$.

b. Man bestimme das Interpolationspolynom $f_2 \in \Pi_2$, welche die Funktion f in den Stützstellen $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$ interpoliert. Ferner gebe man für das Intervall $[0, 2]$ eine Abschätzung für den maximalen punktweisen Fehler an.

9. Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^{3/2}$, $x \in [0, 1]$. Man bestimme das Hermitesche Interpolationspolynom $f_3(x)$ bezüglich der Stützstellen $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$, d.h. es gelte

$$f_3(x_i) = f(x_i), \quad f_3'(x_i) = f'(x_i) \quad \text{für } i = 0, 1.$$