Technische Universität Graz
Institut für Angewandte Mathematik
Univ.–Prof. Dr. Olaf Steinbach

WS 2023/2024
Blatt 9
13.12.2023

Numerische Mathematik 1

25. Gegeben sei die Matrix A und die Vektoren $\underline{e}^k$, $k = 1, 2, 3$,

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \underline{e}^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{e}^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{e}^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Man bestimme ein System A–orthogonaler Vektoren $\{\underline{w}^k\}_{k=1}^3$ mit

$$(A\underline{w}^k, \underline{w}^\ell) = 0 \quad \text{für } k \neq \ell$$

und verwende dieses zur Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}, \quad \underline{x} = \sum_{k=1}^3 \alpha_k \underline{w}^k.$$

26. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Durch Householder–Spiegelungen transformiere man A auf obere Dreiecksgestalt.

27. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Durch Givens–Rotationen transformiere man A auf obere Dreiecksgestalt.