

## Numerische Mathematik 2

**13.** Für das Randwertproblem

$$-u''(x) + xu(x) = x \quad \text{für } x \in (0, 2), \quad u(0) = 2, \quad u(2) = -1$$

bestimme man das lineare Gleichungssystem, das durch Anwendung des Finiten Differenzen Verfahrens mit der konstanten Maschenweite  $h = 1$  entsteht. Man skizziere die zugehörige Näherungslösung.

**14.** Gegeben ist die Randwertaufgabe

$$-u''(x) = f(x) \quad \text{für } x \in (0, 1), \quad u'(0) = 0, \quad u'(1) = 0.$$

Ist dieses Randwertproblem eindeutig lösbar? Man diskretisiere diese Randwertaufgabe mit zentralen Differenzenquotienten 2. Ordnung bezüglich einer gleichmässigen Unterteilung des Intervalls  $(0, 1)$ . Die Randbedingungen approximiere man mit den vorwärtigem bzw. rückwärtigem Differenzenquotienten. Man untersuche die Lösbarkeit des resultierenden Gleichungssystems.

**15.** Für die Lösung des Randwertproblems

$$-u''(x) + 4u'(x) = 1 \quad \text{für } x \in (0, 1), \quad u(0) = 0, \quad u(1) = 1$$

betrachte man ein finites Differenzenverfahren mit einer global gleichmässigen Schrittweite von  $h = \frac{1}{2}$ . Für die Diskretisierung der Ableitung 2. Ordnung verwende man einen symmetrischen Differenzenquotienten, während man für die Ableitung 1. Ordnung sowohl den vor- als auch den rückwärtigen Differenzenquotienten betrachte. Man bestimme eine Näherungslösung in  $x = \frac{1}{2}$ .