

Gewöhnliche Differentialgleichungen

34. Für $\mu > 0$ sei $u(x)$, $x \in (0, 1)$, Lösung des Anfangswertproblems

$$u''(x) + \mu u(x) = f(x) \quad \text{für } x \in (0, 1), \quad u(0) = u'(0) = 0.$$

Man zeige

$$\int_0^1 [u'(x)]^2 dx + \mu \int_0^1 [u(x)]^2 dx \leq \frac{1}{2} \int_0^1 [f(x)]^2 dx.$$

35. Für das Randwertproblem

$$-u''(x) = f(x) \quad \text{für } x \in (0, 1), \quad u'(0) = 0, \quad u(1) = 0$$

bestimme man die Greensche Funktion.

36. Für das Randwertproblem

$$-u''(x) + u'(x) = f(x) \quad \text{für } x \in (0, 1), \quad u(0) = u(1) = 0$$

bestimme man die Greensche Funktion. Man beachte, daß die Bilinearform der Differentialgleichung nicht symmetrisch ist.