

Gewöhnliche Differentialgleichungen

13. Für das Anfangswertproblem

$$y'(x) = x^2 + [y(x)]^2, \quad y(0) = 1.$$

haben wir in der Vorlesung die Ober- und Unterfunktionen

$$\bar{y}(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right), \quad \underline{y}(x) = \frac{1}{1-x}, \quad x \in (0, 1),$$

hergeleitet. Für ein geeignet gewähltes $a > 1$ betrachte man den Ansatz

$$\bar{y}(x) = \frac{1}{1-ax}$$

zur Herleitung einer besseren Oberfunktion.

14. Man konstruiere Ober- und Unterfunktion für das Anfangswertproblem

$$y'(x) = x + \sqrt{1 + [y(x)]^2} \quad \text{für } x > 0, \quad y(0) = 1.$$

15. Man konstruiere Ober- und Unterfunktion für das Anfangswertproblem

$$y'(x) = x^3 + [y(x)]^3 \quad \text{für } x > 0, \quad y(0) = 1.$$