

## Partielle Differentialgleichungen

1. Für  $\varepsilon > 0$  bestimme man die Lösung des Randwertproblems

$$-\varepsilon^2 u''(x) + u(x) = 0 \quad \text{für } x \in (0, 1), \quad u(0) = 0, \quad u(1) = 1.$$

2. Man betrachte das System von partiellen Differentialgleichungen der linearen Elastostatik

$$-\mu \Delta \underline{u}(x) - (\lambda + \mu) \text{grad div } \underline{u}(x) = \underline{f}(x).$$

Für den Ansatz

$$\underline{u}(x) = \Delta \underline{v}(x) + \alpha \text{grad div } \underline{v}(x)$$

bestimme man  $\alpha$  so, dass  $\underline{u}$  Lösung ist und erhalte daraus eine partielle Differentialgleichung in  $\underline{v}$ .

3. Man bestimme die Eigenwerte und zugehörigen Eigenfunktionen des Eigenwertproblems

$$-u''(x) = \lambda u(x) \quad \text{für } x \in (0, 1), \quad u(0) = u(1) = 0.$$