

Partielle Differentialgleichungen

40. Betrachtet wird das Anfangswertproblem, für $\mu > 0$,

$$u'(t) + \mu u(t) = f(t) \quad \text{für } t > 0, \quad u(0) = 0.$$

Für die Lösung zeige man die Darstellung

$$u(t) = \int_0^t e^{\mu(s-t)} f(s) ds.$$

41. Betrachtet wird das Anfangswertproblem, für $\mu > 0$,

$$u''(t) + \mu u(t) = f(t) \quad \text{für } t > 0, \quad u(0) = u'(0) = 0.$$

Für die Lösung zeige man die Darstellungen

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \int_0^t \sin(\sqrt{\mu}(t-s)) f(s) ds,$$

und

$$u'(t) = \int_0^t \cos(\sqrt{\mu}(t-s)) f(s) ds,$$

Hinweis: Man definiere $v(t) := u'(t)$ und betrachte das resultierende System 1. Ordnung.